

経済学

<問題 1 解答例>

(1)

①

$$(\alpha K)^{1/2} (\alpha L)^{1/2} = (\alpha^{1/2} K^{1/2}) (\alpha^{1/2} L^{1/2}) = \alpha^{1/2} K^{1/2} \alpha^{1/2} L^{1/2} = \alpha^{1/2} \alpha^{1/2} K^{1/2} L^{1/2} = \alpha^{(1/2+1/2)} K^{1/2} L^{1/2} = \alpha K^{1/2} L^{1/2} = \alpha y \cdots (\text{答え})$$

ここで、規模に関して収穫一定であると、KとLをそれぞれ α 倍すると生産量 y も α 倍されることになる。したがって、数式の展開で示した通り、KとLをそれぞれ α 倍すると生産量 y も α 倍されるので、この生産技術は、規模に関して収穫一定となる。

②

問題の条件より、 $y=36$ 、 $K=16$ であるので、労働力 L は、以下のように求められる。まず、 K に16を代入する。

$$\begin{aligned} y &= K^{1/2} L^{1/2} \\ &= 16^{1/2} L^{1/2} \\ &= 4 L^{1/2} \end{aligned}$$

ここで、 $y=36$ であるから、上の式の y に36を代入すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} 36 &= 4 L^{1/2} \\ L^{1/2} &= 9 \end{aligned}$$

$$\therefore L=81$$

次に、総費用TCを以下のように求める。

$$\begin{aligned} TC &= 10K + 10L \\ &= 10 \times 16 + 10 \times 81 \\ &= 160 + 810 \\ &= 970 \cdots (\text{答え}) \end{aligned}$$

このように、生産量 y と資本 K を所与の条件として定数で設定される場合、生産関数に基づき労働力 L が決定されるので、そこから各生産要素1単位の価格と投入量の積によって最小費用が算定される。

③

費用最小化条件は、技術的限界代替率MRTSと生産要素価格比(w/r)が一致することである。まず、技術的限界代替率MRTSを求める。なお、MPLは労働の限界生産力であり、 L で生産関数を微分することで求められる。一方、MPKは資本の限界生産力であり、 K で生産関数を微分することで求められる。

$$\text{技術的限界代替率 MRTS} = \frac{MP L}{MP K}$$

$$\frac{\frac{1}{2}K^{1/2}L^{-1/2}}{\frac{1}{2}K^{-1/2}L^{1/2}}$$

$$= \frac{K}{L}$$

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r}$$

次に、生産要素価格比 (w/r) を求める。

$$\begin{aligned} \frac{w}{r} &= \frac{10}{10} \\ &= 1 \end{aligned}$$

このように、技術的限界代替率 $MRTS = \frac{K}{L}$ であり、生産要素価格比 (w/r) = 1 であるから、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{K}{L} &= 1 \\ \therefore L &= K \end{aligned}$$

一方、生産者は常に 36 単位生産するから、36 を生産関数に代入すると以下のようになる。

$$36 = K^{1/2}L^{1/2}$$

資本と労働力は、この式が成立し、先に示した費用最小化条件式を満たさなければならないので、この2本の式から成り立つ連立方程式を解くと以下のようになる。

$$36 = L^{1/2}L^{1/2}$$

$$L^{1/2+1/2} = 36$$

$$L^1 = 36$$

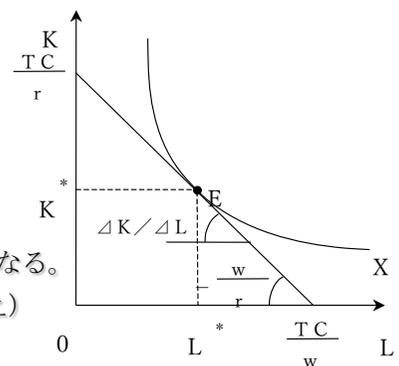
$$L = 36$$

グラフを示すと、以下のようになる。

また、 $L = K$ であるから、 $K = 36$ となる。

$L = 36$ と $K = 36$ を踏まえると、総費用は以下のようになる。

$$TC = 10K + 10L = 10 \times 36 + 10 \times 36 = 720 \dots (\text{答え})$$



(2)

①

A家の効用最大化条件は、以下の通りである。

$$U_A' = 4 - x_A = 0 \quad \therefore x_A = 4 \dots (\text{答え})$$

B家の効用最大化条件は、以下の通りである。

$$U_B' = 6 - x_B = 0 \quad \therefore x_B = 6 \dots (\text{答え})$$

②

$U_A + U_B = U$ とする。

$$U = (4x_A - x_A^2/2 - 2x_B) + (6x_B - x_B^2/2 - x_A)$$

$$U_A' = 4 - x_A - 1 = 0 \quad \therefore x_A = 3 \dots (\text{答え})$$

$$U_B' = -2 + 6 - x_B = 0 \quad \therefore x_B = 4 \dots (\text{答え})$$

③

コースの定理とは、外部性が発生している状況において、外部性の出し手と受け手の互いの交渉により、最適な資源配分(取引量)が決定されるというものである。ただし、互いの交渉には費用がかからないこと、そして、外部性の発生に伴う権利関係が明確にされていることを仮定する。

この場合においては、互いに自分の音楽が他に負の外部性を生じさせている。そのため、各家が相手に与える影響を考慮しなければ、それぞれ4時間、6時間の音楽を聴くことになるが、合計の効用を最大化するように互いに交渉すれば、それぞれ3時間、4時間の音楽を聴くことになり、互いにとって音楽の時間が減少することになる。

以上