FORESIGHT　経営学【財務管理編】　目 次

第１章　債券と株式

第２章　ポートフォリオ理論

第３章　デリバティブとその応用

第４章　実物投資の評価方法

第５章　コーポレートファイナンス

第６章　財務情報分析

第１章　債券と株式

Milestone

企業は外部から資金を調達するとともに、これを資産として運用して利益を上げ、資金供給者に還元します。このような資金の流れを主たる論点とするのが、これから学習するファイナンスfinance（財務管理financial management）の内容です。ファイナンスは、インベストメントinvestment（証券投資論）とコーポレートファイナンスcorporate finance（企業財務論、経営財務論あるいは企業金融論）に分かれます。

本章では、まず投資論全般の基本概念である貨幣の時間的価値について学習した後、インベストメント理論に基づく債券（債券数理含む）、株式（株式数理含む）について学習していきます。

第１節　貨幣の時間価値

目　　次

学習の指針

証券投資論では異なる時点の貨幣を扱うことから、貨幣の時間価値を考慮することが重要になります。例えば、今日の100円と1年後の100円は、同じ100円でも、その価値は異なります。なぜならば、今日の100円は銀行に預金すれば、1年後に利子をもらうことができるので、1年後の100円以上の価値があるのです。これが、貨幣の時間価値です。この時間価値を考慮する際重要な役割を果たすのが金利です。金利にはある時点の価値を異なる時点の価値に変換する機能があります。本節では、このような貨幣の時間価値と金利について学習します。

１ 現在価値と将来価値

（１）貨幣の時間価値とは

ファイナンス理論を学習する上で、基本概念となるのが**貨幣の時間価値**というものである。「貨幣の時間価値」は、「現在の100円と将来の100円が等しくない」ことを意味する概念である。

例えば、現在銀行の預金利子がr%であったとしよう。このとき、今時点で持っているA円を銀行に預金すれば、来年はA(1+r)円になって手元に戻ってくることになる。すなわち、「現在のA円は将来のA(1+r)円に等しい」ことになる。この場合の、時間の経過によって獲得できる価値である金利部分を「貨幣の時間価値」と呼ぶ。

また、このケースで、来年の価値をB円とすると、それを(1+r)で割ったものを、割引現在価値という。

ワンポイント
ファイナンスにおいて、貨幣の時間価値を考慮することは非常に重要である。それは、時間価値を考慮することで、異なる時点で発生するキャッシュフローを、同一時点で評価し、比較することができ、正確な判断を行うことができるからである。一般的には、将来のある時点で発生するキャッシュフローの価値を現在価値に直し比較することが多い。なお現在価値に直すことを割り引く（ディスカウントする）といい、この際用いられる利子率を割引率という。

（２）現在価値と将来価値

ここで、毎年金利がrだけ発生するとすれば、**現在価値PV_0**（**present value**）とt年後**将来価値FV_t**（**future value**）の関係（**複利**）は次のように表せる。

毎年金利がrだけ発生するとすれば、１年後には$PV_0(1+r)$、２年後には$PV_0(1+r)^2$、3年後には$PV_0(1+r)^3$となるから、

$$PV_0 \times (1+r)^t = FV_t \qquad (1.1.2)$$

$$PV_0 = \frac{FV_t}{(1+r)^t} \qquad (1.1.3)$$

ただし、PV_0：現在価値、r：利子率（割引率、複利［年率]）、
FV_t：t年後の将来価値

$$r = \sqrt[t]{\frac{FV_t}{PV_0}} - 1 \qquad (1.1.4)$$

上式からも理解できるように、将来価値とは元本（現在価値）が複利で膨らんだt年後の価値のことを意味しており、逆に現在価値とは、t年後の将来価値を$(1+r)^t$で割り引いた（ディスカウントdiscountした）ものを意味する。

２ 単利と複利

（１）単利と複利

利子の計算方法として、**単利**と**複利**の2つの計算方法がある。**単利**とは、**元本のみに利子がつく計算方法**である。一方、**複利**とは、**元本と途中で支払われた利子の合計に利子が発生する計算方法**のことである。

単利の世界では、**現在価値*PV***と**将来価値*FV***の関係は次のように表せる。

$$PV_0\times(1+t\times r)=FV_t \tag{1.1.5}$$

$$PV_0=\frac{FV_t}{1+t\times r} \tag{1.1.6}$$

ただし、$r=\dfrac{\dfrac{FV_t}{PV_0}-1}{t}$ (1.1.7)

例えば、「元本100円を単利10%で3年間預けた場合」と「年複利10%で3年間預けた場合」の将来受取額を計算すると下表のようになる。

	r=10%	
	単利	**複利**
1年後	100×(1+0.1) ＝100×(1+1×0.1) ＝110	100×(1+0.1)＝110
2年後	10+100×(1+0.1) ＝100×(1+2×0.1) ＝120	100×(1+0.1)^2＝121
3年後	10+10+100×(1+0.1) ＝100×(1+3×0.1) ＝130	100×(1+0.1)^3＝133.1

単利と複利の相違

上表のとおり、複利の方が単利よりも増加率が大きい。これは、各年度で獲得した利子部分を**再投資**して元本に充当しているためである。

（２）複利の種類

この複利計算は、途中で支払われた利子をすべて再投資していくと考えることから、投資の途中で何回利子を受け取るのかが重要となる。すなわち、1年に1回の利子受取であれば**年複利**であり、半年の1回であれば**半年複利**となる。

そして、毎日連続して利子が発生していると考えるものを**連続複利**と呼んでいる。なお、ここで年率rとして連続複利による将来価値FV、現在価値PVの計算結果は次のとおりである。

$$FV_t=PV_0\times e^{t\times r} \tag{1.1.8}$$

$$PV_0=\frac{FV_t}{e^{t\times r}}=FV_t\times e^{-tr} \tag{1.1.9}$$

ただし、e：ネイピア数［＝2.71828…］。指数関数［exponential function］exp(･)を用いれば、「$e^{t\times r}=\exp(t\times r)$」とも表せる。

$$r=\frac{1}{t}\ln\frac{FV_t}{PV_0}=\frac{1}{t}(\ln FV_t-\ln PV_0) \tag{1.1.10}$$

ln：自然対数、eを底とする対数［$=\log_e\cdot=\log\cdot$］

また、$\ln\dfrac{FV_t}{PV_0}=\ln FV_t-\ln PV_0$、である。

> コラム
>
> **連続複利の計算**
>
> ファイナンスでは、連続複利による計算が一般的である。連続複利計算で大活躍するのが、「ネイピア数（Napier's constant）」eである。「e=2.71828…（鮒一鉢二鉢…）」と覚えておこう。
>
> 他方、前出の「単利」、「複利」は、期のとり方が、1期、2期、･･･と「とびとび」であるため「離散」値である。

研究　連続複利とネイピア数e［＝2.71828182…］

1円を年間表示金利100%［＝1］で1年間運用したときの元利合計（将来価値FV）について考えてみる。

複利の回数nを年1回（n＝1）と想定すれば、　$\left(1+\frac{1}{1}\right)^{1}=2$

複利の回数nを年2回（n＝2）と想定すれば、　$\left(1+\frac{1}{2}\right)^{2}=2.25$

⋮

複利の回数nを年12回（n＝12）と想定すれば、　$\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12}=2.61303529\ldots$

⋮

複利の回数nを年360回（n＝360）と想定すれば、$\left(1+\frac{1}{360}\right)^{360}=2.714516027\ldots$

⋮

複利の回数nを年∞回（n＝∞）と想定すれば、　$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=2.71828182\ldots$［＝$e$］

となり、最終的にe＝2.71828182…に収束する。

基本例題

利子率が年率8%のとき、1年間に4回利子がつくとすると、今日の50円の預金は4年後にはいくらになりますか。1四半期（3ヶ月）物の利子率は2%、つまり1四半期（3ヶ月間）で$\frac{8\%}{4}$＝2%の利子がつく。

解　答

1年をm［＝4］回に分けると、(1.1.2) 式より、将来価値FVは、

$$FV_t=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mt}PV_0=\left(1+\frac{0.08}{4}\right)^{4\times4}\times50=1.02^{16}\times50=68.639\ldots\text{円}$$

基本例題

利子率が年率10%で年2回利子がつく場合に、3年後の200円の現在価値はいくらになりますか。半年（6ヶ月）物の利子率は5%、つまり半年（6ヶ月）間で$\frac{10\%}{2}$＝5%の利子がつく。

解　答

1年をm［＝2］回に分けると、(1.1.3) 式より、現在価値PVは、

$$PV_0=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-mt}FV_t=\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{-2\times3}\times200=1.05^{-6}\times200=149.243\ldots\text{円}$$

基本例題

年利が年率20%のときの5年後の100円の連続複利の割引現在価値を「e＝2.71828」を用いて求めなさい。

解　答

(1.1.9) 式より、現在価値PVは、

$$PV_0 = \exp(-rT) \times FV_T = \exp(-0.20 \times 5) \times 100$$
$$= 100e^{-1} = \frac{100}{2.71828} = 36.787\ldots \text{円}$$

3 多期間にわたるキャッシュフローの現在価値

多期間にわたるキャッシュフローの現在価値PV_0は、1時点での1回だけのキャッシュフローがもたらされる場合の現在価値計算と同様に、各期のキャッシュフローの現在価値を求めて、それを合計することで求められる。つまり、CF_tを第t期のキャッシュフロー額として、「満期＝T期」の現在価値PV_0は、「(離散) 複利」で表現すれば、

$$PV_0 = \frac{CF_1}{1+r} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{CF_T}{(1+r)^T} \qquad (1.1.11)$$

となり、「連続複利」で表現すれば、次式となる。

$$PV_0 = \frac{CF_1}{e^r} + \frac{CF_2}{e^{2r}} + \cdots + \frac{CF_T}{e^{rT}} = CF_1e^{-r} + CF_2e^{-2r} + \cdots + CF_Te^{-rT} \qquad (1.1.12)$$

第２節　債券評価

目　　次

学習の指針

前節では、将来キャッシュフローと金利を用いて投資の現在価値を計算する方法について学習しましたが、「金融資産の価格は、それが将来にわたってもたらすキャッシュフローの現在価値である」というファイナンスの基本原理があります。このことから、債券価格も、割引現在価値で評価できることになります。そこで本節では、将来キャッシュフローをスポットレートで割引くことで債券価格評価を学習します。その後、将来にわたってもたらすキャッシュフローと債券価格を利用して、投資リターン（最終利回り）の算出を学習します。

１ 金融商品としての債券

債券は、借入証書であるとともに市場性を持った有価証券でもある。また、債券は、利払いや元金の返済などの諸条件が契約によって定められ、債券発行主体は契約条件に従って債権者に対して金額を支払う義務を負う。

債券は、発行機関、満期までの期間利息の支払い、現金返済方法、元利払いの優先順位などによって分類される。

企業が発行する債券を社債、国が発行する債券を公債（国債）といい、俗に国債と地方公共団体が発行する地方債を包括して公債という。また、公債と社債を合わせて公社債という。

債券は、満期までの長さ（残存期間）によって、短期債（１年以内）、中期債（１～５年）、長期債（６～１０年）、超長期債（１０年以上）とよばれる。発行当初の残存期間が長いものでも時間の経過とともに残存期間が短くなり、たとえば長期債でもやがて短期債になる。満期の定めのないものを永久債（コンソル債）という。

債権の利息は、額面にあらかじめ定められた額にクーポン（利息）レートをかけたものである。クーポンレートの表示は年あたりである。クーポンレートが固定されているものを固定利付債、市中金利に連動して変動するものを変動利付債という。また、利息が全く払われない割引債がある。割引債では、償還額面より発行価格が低く設定される。

ワンポイント
安全（リスクフリー）資産
債務不履行（デフォルト）の危険がない、つまり利払い時及び満期時に契約通りの元利払いが確実になされることを前提としているような資産のこと。このときの利率をリスクフリーレート（無リスク［無危険］利子率、安全利子率）という。

2 割引債（ゼロ・クーポン債）：割引国債

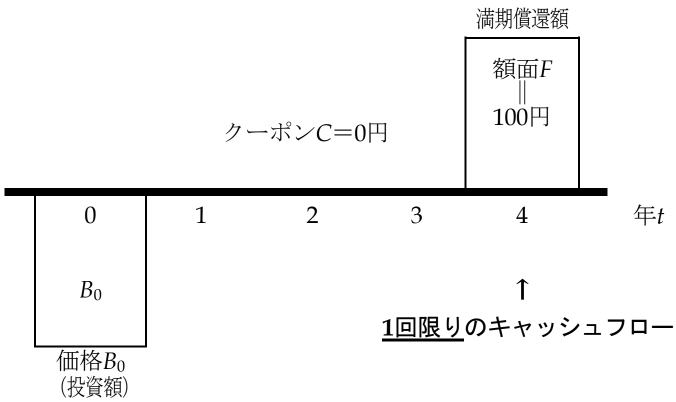
ここでは、債券の理論価格や利回りなどについて学ぶが、デフォルトリスクを考慮すると議論が複雑になるので、デフォルトリスクを考慮する必要のない国債を中心に議論を進める。なお、以下、特に断わらない限り、

●国債＝リスクのない（リスクフリーrisk-free）債券Bond

●社債＝リスクのある（リスキーrisky）債券（あるいは**債権Debt**）

として議論を進める。

割引国債は国債かつクーポン（利息）がつかない**割引債**（**ゼロzeroクーポン債**）である。割引債の発行主体は、その割引債の保有者から、元本の額、すなわち**額面**（face value）に相当するF円を借入していると考えることができる。割引債には、利息支払いに相当する**クーポン**（coupon）Cがなく［C＝0円］、割引債の発行体は、満期［＝T年後］において、その保有者に「額面＝F円」を償還する。「残存年数T＝4年」の「額面F＝100円」の割引国債投資のキャッシュフローは**タイムライン**上に下図のように描ける。



割引国債投資のキャッシュフローのタイムライン

つまり、「残存年数＝T年」の割引国債を満期まで保有する運用は、満期［＝T年後］に「元利合計＝F円」となるリスクフリーのT年物定期預金と同等な運用と考えてよい。

この割引国債の属性は以下である。

満期までの残存期間＝T年
額面（元本）＝F円［＝将来価値FV_T］
割引国債の価格＝B_0円［＝現在価値PV_0］

この割引国債に投資することによるT年間の**投資収益率**（リターン、年率）は、次を満たすyであり、それを用いて、

$$B_0 \times (1+y)^T = F \tag{1.2.1}$$

あるいは、

$$y = \sqrt[T]{\frac{F}{B_0}} - 1 \tag{1.2.2}$$

あるいは、

$$B_0=\frac{F}{(1+y)^T} \tag{1.2.3}$$

という関係が成立している。

　これは、この割引債を現在の市場価格で購入して満期まで保有すると想定しての1期間［＝T年間］当たりの投資収益率（リターン、年率）であり、**最終利回り（満期利回り*ytm*：yield-to-maturity）**と呼ばれている。割引国債であれば、その**最終利回り*y***は、直物金利である**スポットレートspot rate**（スポット・イールドspot yield、ゼロ・イールドzero yield、ゼロ・レートzero rate）と一致する。つまり、残存年数T年の割引国債において、

$$y \quad = \quad r_T \tag{1.2.4}$$

残存年数*T*年の割引国債の最終利回り ＝ *T*年物スポットレート

$$B_0=\frac{F}{(1+r_T)^T}=\frac{F}{(1+y)^T} \tag{1.2.5}$$

$$\text{ただし、}y=r_T=\sqrt[T]{\frac{F}{B_0}}-1 \tag{1.2.6}$$

という関係が成立しており、***T*年物ディスカウントファクターd_T（割引因子、割引係数）**を用いて、

$$B_0=d_TF \tag{1.2.7}$$

$$\text{ただし、}d_T=\frac{1}{(1+r_T)^T} \tag{1.2.8}$$

$$r_T=\sqrt[T]{\frac{1}{d_T}}-1=\frac{1}{\sqrt[T]{d_T}}-1=d_T^{-1/T}-1 \tag{1.2.9}$$

と表すこともできる。

　ところで、最終利回りがスポットレートと一致するのは、割引国債だけではない。1期物利付国債の最終利回りもスポットレートと一致する。**残存年数*T*年の「キャッシュフローが1回限りの国債」の最終利回り**であれば、***T*年物スポットレート**と一致するのである。利付国債においては、1期物利付国債のみが「キャッシュフローが1回限り」であり、2期以上の利付国債は「キャッシュフローが複数回」あり、その最終利回りはスポットレートとは一致しない。

ワンポイント

最終利回りは投資収益率（リターン）であり金利概念と区別する必要があるため、以下では、イールドyieldの頭文字***y***で表記する。他方、金利は原則、***r***で表記する。例えば、現在からT年後までの***T*年物スポットレート**は、r_Tで表記する。

　このように、数式内の変数は原則、意味を持たせて定義してあります。ゆえに、ファイナンス学習においては、「公式を変数のまま、手書きして覚える」ことが重要です。

基本例題

今、3年物スポットレートr_3は4%（年率、1年複利）である。1年複利を前提に、額面100円、残存年数3年の割引国債の価格B_0を求めなさい。また、3年物ディスカウントファクターd_3の値も求めなさい。

解　答

（1.2.5）式より、

$$B_0=\frac{F}{(1+r_3)^3}=\frac{100}{1.04^3}=88.899\ldots\text{円}\ [=d_3F]$$

$\boxed{100倍}$ $\uparrow$ $\downarrow$ $\boxed{100分の1}$

$$d_3=\frac{1}{(1+r_3)^3}=\frac{1}{1.04^3}=0.88899\ldots$$　　（1.2.8）式より

基本例題

今、3年物スポットレートr_3は10%（年率、半年複利）である。半年複利を前提に、額面100円、残存年数3年の割引国債の価格B_0を求めなさい。また、3年物ディスカウントファクターd_3の値も求めなさい。半年（6ヶ月）物の利子率は5%、つまり半年（6ヶ月）間で$\frac{10\%}{2}=5\%$の利子がつく。

解　答

1年をm［＝2］回に分けると、（1.1.3）式より、現在価値PV_0［価格B_0］は、

$$PV_0=B_0=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-mt}FV_t=\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{-2\times3}\times100=1.05^{-6}\times100=74.621\ldots\text{円}$$

あるいは、

$$B_0=\frac{F}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt}}=\frac{F}{\left(1+\frac{r_3}{2}\right)^6}=\frac{100}{\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^6}=74.621\ldots\text{円}\ [=d_3F]$$

$\boxed{100倍}$ $\uparrow$ $\downarrow$ $\boxed{100分の1}$

$$d_3=\frac{1}{\left(1+\frac{r_3}{2}\right)^6}=\frac{1}{1.05^6}=0.74621\ldots$$

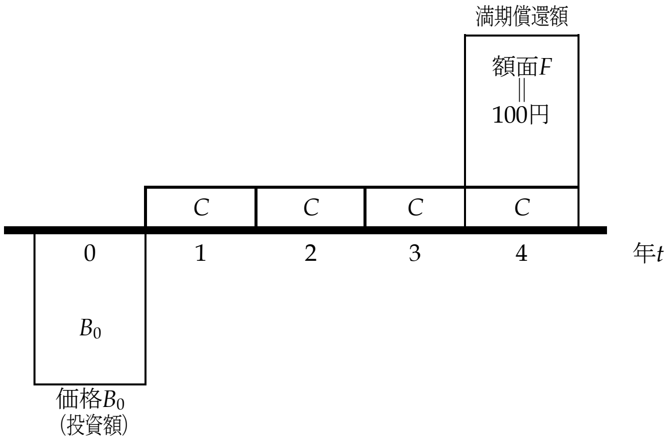
3 利付債（クーポン債）: 利付国債

利付国債（クーポン債）は、発行体からその債券の保有者に定期的にクーポン支払いの形で利息が支払われる債券である。

今、次のような利付国債が市場で売買されているとしよう。

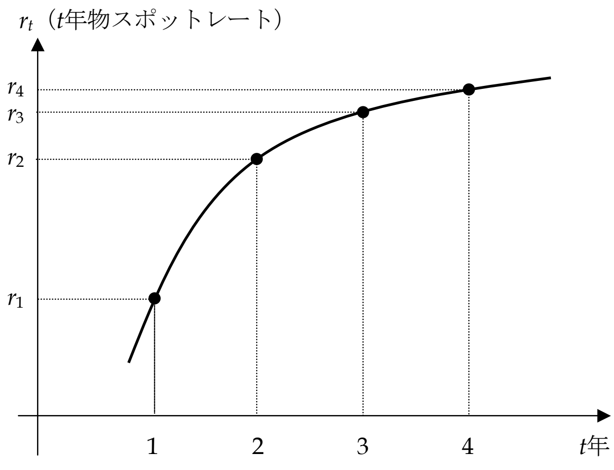
満期までの残存期間＝T年＝4年
額面（元本）＝F円＝100円［＝将来価値FV_T］
クーポン支払い回数（年当たり）＝1回（年複利）
クーポンレート（利息金利、年率）＝c
クーポン支払額（年当たり）＝C円＝c×F円
利付国債の価格＝B_0円［＝現在価値PV_0］

この属性を持った利付国債のキャッシュフローは**タイムライン**上に下図のように描ける。



利付国債投資のキャッシュフローのタイムライン

今、**スポット・イールドカーブ**yield-curve（**スポットレート・カーブ、割引国債の利回り曲線、金利の期間構造**term structure）が次のようにわかっているとする。



スポット・イールドカーブ

ワンポイント
利付債の計算
前節で学習した多期間にわたるキャッシュフローの現在価値の計算と同様に、各期のキャッシュフローを各期の割引率（スポットレート）で割り引いた現在価値合計として計算した結果と考えることができる。

このスポット・イールドカーブを用いて、前記残存年数4年の利付国債を評価すれば、利付国債価格B_0は、

$$B_0=\frac{C}{1+r_1}+\frac{C}{(1+r_2)^2}+\frac{C}{(1+r_3)^3}+\frac{C+F}{(1+r_4)^4} \tag{1.2.10}$$

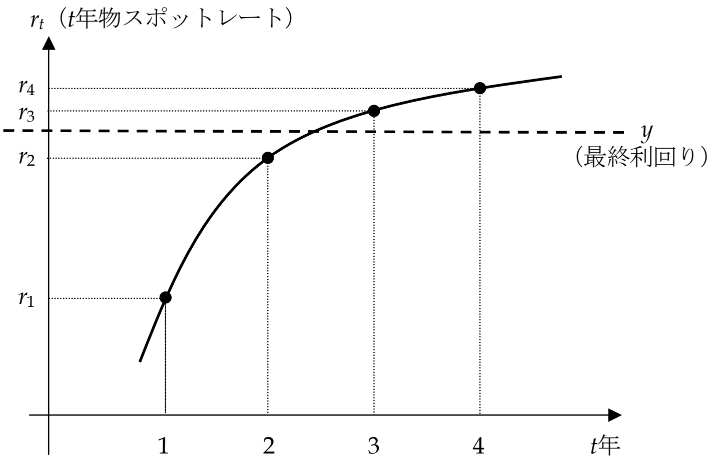
$$=d_1C+d_2C+d_3C+d_4(C+F) \tag{1.2.11}$$

となる。（1.2.10）式のようにスポットレートで評価することと、（1.2.11）式のようにディスカウントファクターで評価することは同じである。

また、この利付国債に投資することによるT年間の**投資収益率**（**最終利回り**、年率）は、次式を満たすyである。

$$B_0=\frac{C}{1+y}+\frac{C}{(1+y)^2}+\frac{C}{(1+y)^3}+\frac{C+F}{(1+y)^4} \tag{1.2.12}$$

最終利回りy（各年限で一定）はまた、下図でみるように、スポットレート（各年限で一致するとは限らない）のある一種の平均と考えられる。



スポット・イールドカーブと最終利回りのイメージ

債券価格B_0が額面Fに一致［$B_0=F$］している状態（**パーpar**）の債券（**パー債券**）の最終利回りyはクーポンレートcと一致［$c=y$］し、**パーイールド**（**レート**）y_{par}［$=c$］と呼ばれ、例えば、4年物パーイールド（レート）$y_{\mathrm{par},4}$は、（1.2.11）式より、次のように求められる。

$$B_0=F=d_1cF+d_2cF+d_3cF+d_4(cF+F)=cF(d_1+d_2+d_3+d_4)+d_4F$$

$$\therefore\quad y_{\mathrm{par},4}=c=\frac{1-d_4}{d_1+d_2+d_3+d_4}$$

一般化すれば、次のように表せる。

$$\therefore\quad y_{\mathrm{par},T}=c=\frac{1-d_T}{\sum_{t=1}^{T}d_t} \tag{1.2.13}$$

また、債券価格B_0が額面Fを下回る［$B_0<F$］**アンダーパー**では、クーポンレートcが最終利回りyを下回り［$c<y$］、債券価格B_0が額面Fを上回る［$B_0>F$］**オーバーパー**では、クーポンレートcが最終利回りyを上回る［$c>y$］。

最後に、**利付国債は割引国債のポートフォリオ**として扱えることを示そう。（1.2.10）式の利付国債は、

$$B_0 = \frac{C}{1+r_1} + \frac{C}{(1+r_2)^2} + \frac{C}{(1+r_3)^3} + \frac{C}{(1+r_4)^4} + \frac{F}{(1+r_4)^4} \tag{1.2.14}$$

額面C円 残存1年 割引国債	額面C円 残存2年 割引国債	額面C円 残存3年 割引国債	額面C円 残存4年 割引国債	額面F円 残存4年 割引国債

の5種類の割引国債のポートフォリオとみなすことができる。つまり、利付国債（クーポン債）からクーポン部分を切り離して元本（額面）部分とクーポン部分を別個に取引（**クーポン・ストリッピング**coupon stripping）して、割引国債（ゼロクーポン債）を作り出すことができるのである。このように、クーポン・ストリッピングで作りだされた割引国債（ゼロクーポン債）のことを、元本利子分離債Separate Trading of Registered Interest and Principal of Securitiesの頭字語で**ストリップスSTRIPS債**と呼ぶ。

基本例題

今、ディスカウントファクターd_tが次のように与えられている。

t 年	１年	２年	３年
d_t	0.9900990	0.9611688	0.9285994

残存期間2年、額面100円、クーポン8%（年1回）の国債価格B_0を求めなさい。なお、答えは四捨五入して小数点以下第1位まで求めなさい。

また、上で求めた国債価格B_0の値を利用して、この国債の年複利最終利回りy（年率、年1回）を求めなさい。なお、答えは%単位で四捨五入して小数点以下第1位まで求めなさい。

解　答

（1.2.11）式より、

$$B_0 = d_1C + d_2(C+F)$$
$$= 0.990099 \times 8 + 0.9611688 \times 108 = 111.72\ldots \text{（111.7円）}$$

（1.2.12）式より、

$$B_0 = \frac{8}{1+y} + \frac{8+100}{(1+y)^2} = 111.7\text{円}$$

$$\therefore \quad 111.7(1+y)^2 - 8(1+y) - 108 = 0$$

2次方程式解の公式より、

$$1+y = \frac{-(-8)+\sqrt{8^2-4\times111.7\times(-108)}}{2\times111.7} = 1.0197\ldots$$

$$\therefore \quad y = 0.0197\ldots \text{（2.0%）}$$

＜別解＞

（1.2.8）式、（1.2.9）式より、

$$d_1=\frac{1}{1+r_1}=0.990099,\quad d_2=\frac{1}{(1+r_2)^2}=0.9611688$$

$$\therefore\quad r_1=\frac{1}{d_1}-1=0.01000\ldots（1.00\%）$$

$$r_2=\frac{1}{\sqrt{d_2}}-1=0.01999\ldots（2.00\%）$$

（1.2.10）式より、

$$B_0=\frac{C}{1+r_1}+\frac{C+F}{(1+r_2)^2}=\frac{8}{1.01}+\frac{108}{1.02^2}=111.72\ldots（111.7円）$$

基本例題

今、ディスカウントファクターd_tが次のように与えられている。

t 年	１年	２年	３年
d_t	0.9900990	0.9611688	0.9285994

上の経済状況における、1年物パーイールド（レート）$y_{\mathrm{par},1}$（年率、年1回）と2年物パーイールド（レート）$y_{\mathrm{par},2}$（年率、年1回）を求めなさい。なお、答えは%単位で四捨五入して小数点以下第2位まで求めなさい。

解　答

（1.2.13）式より、

$$y_{\mathrm{par},1}=\frac{1-d_1}{d_1}=\frac{1}{d_1}-1=\frac{1}{0.990099}-1$$

$=0.01000\ldots$（1.00%）

$=$1年物スポットレートr_1

$$y_{\mathrm{par},2}=\frac{1-d_2}{d_1+d_2}=\frac{1-0.9611688}{0.990099+0.9611688}$$

$=0.01990\ldots$（1.99%）

＜2年物スポットレート$r_2=0.01999\ldots$（2.00%）

基本例題

今、ディスカウントファクターd_tが次のように与えられている。

t 年	0.5 年	1 年	1.5 年
d_t	0.9900990	0.9611688	0.9285994

残存期間1年、額面100円、クーポン8%（年率、年2回）の国債価格B_0を求めなさい。なお、答えは四捨五入して小数点以下第1位まで求めなさい。0.5年（6ヶ月）物のクーポンレートは4%、つまり0.5年（6ヶ月）間で$\frac{8\%}{2}=4\%$のクーポンがつく。

また、上で求めた国債価格B_0の値を利用して、この国債の半年複利最終利回りy（年率、年2回）を求めなさい。なお、答えは%単位で四捨五入して小数点以下第1位まで求めなさい。

解　答

（1.2.11）式より、

$$B_0 = d_{0.5}C + d_1(C+F)$$

$$=0.990099\times\frac{8}{2}+0.9611688\times\left(\frac{8}{2}+100\right)=103.92\ldots\ (103.9円)$$

（1.2.12）式より、

$$B_0=\frac{\frac{C}{2}}{1+\frac{y}{2}}+\frac{\frac{C}{2}+F}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^2}=\frac{4}{1+\frac{y}{2}}+\frac{4+100}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^2}=103.9円$$

$$\therefore\quad 103.9\left(1+\frac{y}{2}\right)^2-4\left(1+\frac{y}{2}\right)-104=0$$

2次方程式解の公式より、

$$1+\frac{y}{2}=\frac{-(-4)+\sqrt{4^2-4\times103.9\times(-104)}}{2\times103.9}=1.0199\ldots$$

$$\therefore\quad y=0.0398\ldots\ (4.0\%)$$

＜別解＞

（1.2.8）式、（1.2.9）式より、

$$d_{0.5}=\frac{1}{1+\frac{r_{0.5}}{2}}=0.990099,\quad d_1=\frac{1}{\left(1+\frac{r_1}{2}\right)^2}=0.9611688$$

$$\therefore\quad \frac{r_{0.5}}{2}=\frac{1}{d_{0.5}}-1,\qquad \frac{r_1}{2}=\frac{1}{\sqrt{d_1}}-1$$

$$\therefore\quad r_{0.5}=\left(\frac{1}{d_{0.5}}-1\right)\times2=0.02000\ldots\ (2.00\%)$$

$$r_1=\left(\frac{1}{\sqrt{d_1}}-1\right)\times2=0.03999\ldots\ (4.00\%)$$

（1.2.10）式より、

$$B_0=\frac{\frac{C}{2}}{1+\frac{r_{0.5}}{2}}+\frac{\frac{C}{2}+F}{\left(1+\frac{r_1}{2}\right)^2}=\frac{4}{1.01}+\frac{104}{1.02^2}=103.92\ldots\ (103.9円)$$

基本例題

今、ディスカウントファクターd_tが次のように与えられている。

t 年	0.5 年	1 年	1.5 年
d_t	0.9900990	0.9611688	0.9285994

上の経済状況における、0.5年物パーイールド（レート）$y_{par,0.5}$（年率、年2回）と1年物パーイールド（レート）$y_{par,1}$（年率、年2回）を求めなさい。なお、答えは%単位で四捨五入して小数点以下第2位まで求めなさい。

解　答

（1.2.13）式より、

$$B_0=F=d_{0.5}\frac{cF}{2}+d_1\left(\frac{cF}{2}+F\right)=\frac{cF}{2}(d_{0.5}+d_1)+d_1F$$

$$\therefore\ \frac{y_{par,1}}{2}=\frac{c}{2}=\frac{1-d_1}{d_{0.5}+d_1}=\frac{1-0.9611688}{0.990099+0.9611688}$$

$$y_{par,1}=c=2\times\frac{1-0.9611688}{0.990099+0.9611688}=0.03980\ldots\text{（3.98\%）}$$

$$<1\text{年物スポットレート}r_1=0.03999\ldots\text{（4.00\%）}$$

$$\therefore\ \frac{y_{par,0.5}}{2}=\frac{c}{2}=\frac{1-d_{0.5}}{d_{0.5}}=\frac{1}{d_{0.5}}-1=\frac{1}{0.990099}-1$$

$$y_{par,0.5}=2\times\left(\frac{1}{0.990099}-1\right)$$

$$=0.02000\ldots\text{（2.00\%）}$$

$$=0.5\text{年物スポットレート}r_{0.5}$$

４ 期間構造理論

債券の利回りと残存期間との関係を利子率の期間構造と呼ぶ。縦軸に利回り、横軸に残存期間を取ってグラフに描いたものをイールドカーブ（利回り曲線）という。市場は常に完全ではないので、現実には様々なイールドカーブが出現する。右上がりのイールドカーブを順イールド。右下がりのイールドカーブを逆イールドとよび、なぜそのような形状になるのかを説明する理論を期間構造理論という。その代表的な理論には、純粋期待仮説、流動性プレミアム仮説、市場分断化説がある。

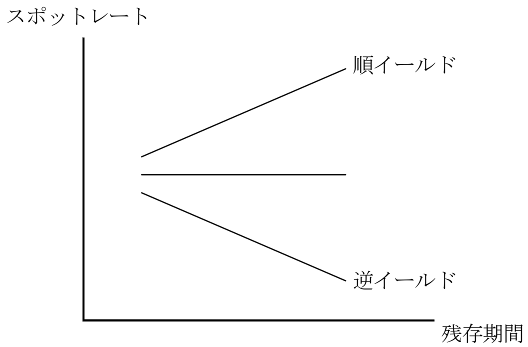


図　イールドカーブ

純粋期待仮説とは、現在のスポットレートは将来のフォワードレートの期待値であるとする考え方である。純粋期待仮説のもとでは、将来の金利が上昇すると予測されるときにはイールドカーブが右上がりになり、金利が低下すると予測される場合には右下がり、変化しないと予測されるときには水平となる。しかし、現実には右下がりの金利期待にかかわらずイールドカーブが右上がりになることがしばしば観察されており、純粋期待仮説だけで現実を説明することは困難である。

流動性プレミアム仮説とは、残存期間の長い債券は不確実性が大きいため、投資家がプレミアムを要求するという考え方である。この考え方よれば、残存期間の長い債券ほど流動性プレミアムが大きくなるので、右上がりのイールドカーブを説明しやすくなる。

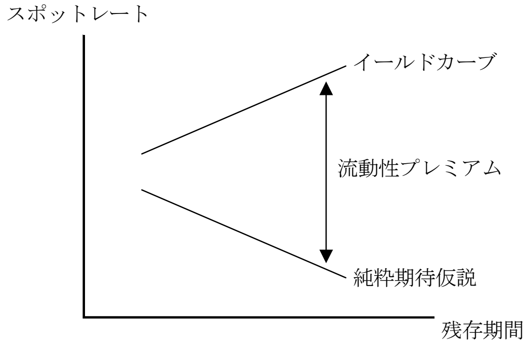


図　流動性プレミアム仮説

市場分断仮説とは、債券の残存期間ごとに市場参加者が異なっており、各市場の需給は他の残存期間の債券需給とは独立であるとする考え方である。そのため、イールドカーブの形状は、各市場の需給を反映して、右上がりにも右下がりにもなる。